

銀行間取引の構造を考慮したシステミックリスクの研究

The Research of Systemic Risk considering structure of Inter-bank transaction.

橋本守人¹ 倉橋節也¹

M.Hashimoto¹, S.Kurahashi¹

¹ 筑波大学

¹ University of Tsukuba

Abstract: Systemic risk that propagates through financial systems causes insolvency or failure of particular financial institutions such as Bankruptcy of Lehman Brothers or European debt crisis. Although many researchers have challenged to find the propagation mechanism of the crisis in the inter-bank network, it is not clear completely yet. Namatame (2013)¹⁾ shows four fundamental models, Eisenberg-Noe model, GK model, NYYA model, and May model. We focus on May model which uses mean-field approximation methods of a network structure, and try to extend the model to Agent-based modelling with a realistic network structure.

Considering liquidity risk and the inter-bank transaction structure of Japan, this paper also examines a possibility of an effect of a capital infusion. The purpose of this study is to find a suggestion to help systemic risk reduce by reviewing and simulating several cases of defaults in financial institutions.

1. はじめに

リーマンショック，欧州危機等の事象に対して，個別の金融機関の支払不能や市場などの機能不全が金融システム全体に波及するとする「システミックリスク」に関する研究が多数行われているが，銀行間ネットワーク上での危機の連鎖の仕組みは，未だ十分には解明されていない．それらの研究について，Namatame(2013)¹⁾は，Eisenberg-Noe Model, GK Model, NYYA Model, May Model を代表的な 4 つの基本モデルとして取り上げており，本研究ではこれらのうち最新の研究である May Model について，次のような拡張を試みる．May Model では，ネットワーク構造を近似した平均場近似モデルを用いて検証をしているのに対し，本研究ではエージェントベースモデルを用いて，より現実的なネットワーク構造の下での検証を行なう．加えて，日本の銀行間取引の構造を考慮した資本注入効果を検証し，流動性ショックも考慮したよりリアリティのあるモデリングを検討する．結果として，金融機関の破綻数への影響を考察することで，システミックリスクを低減する資金援助の示唆を得ることを目的とする．

2. 先行研究

リーマンショック，欧州危機等の発生に対して，必ずしも日本が連動しているわけではなく (Fig.1)，

資金取引ネットワークには解明されていない点が多い．

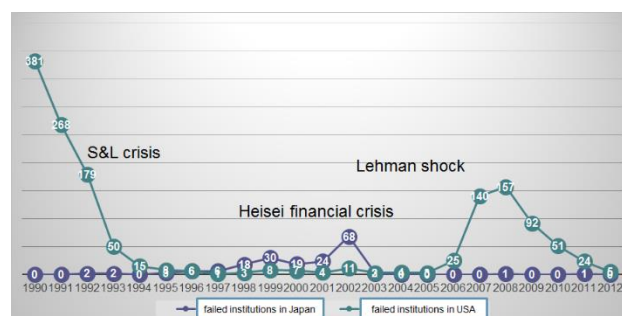


Fig.1: Number of failed institutions Japan and USA.

システミックリスクに関する資金取引ネットワークの研究が，欧州を中心に，グローバルで盛んに行われているが，国内では資金取引ネットワークのモデリングに関する先行研究として，今久保，副島 (2008) の「コール市場の資金取引ネットワーク」²⁾がある．

その中で分析に使用したデータは日銀当座預金のコール取引であり，1997年12月中と2005年12月中の資金取引データを比較している．比較前後では，月中取引実績があった金融機関数は20%減少し，取引を行った金融機関の組み合わせ数は24%増加している結果となった．さらに，資金取引ネットワーク

が疎になっており，月中の総取引回数・総取引額の変化は3割程度減っていた。ネットワークの概観は，1997年は短資会社をハブとしたネットワークで，スター型（中央集中型）ネットワークといえるが，2005年はリンクが分散化したネットワークとなっていて，完全ネットワークに近いが，degree が概ねべき乗分布に従っている傾向があるため，スケールフリー性がみとめられた（Fig.2）。



Dec.1997 Dec.2005
Fig.2: Inter-bank network of Japan

多くの金融機関と取引しており（degreeが高い），取引金額や回数が多い（strengthが大きい）金融機関が，市場参加者のなかで，重要な役割を担っていた。ネットワークの構造としては，コア内部で決済不履行（default）の連鎖が生じてしまうと平均距離の短さから即時にネットワーク全体に拡大してしまうリスクがある。コアの構成員に流動性を集中的に供給すると効率的かつ効果的と述べている。システミックリスクについては，平時において想定されることは，資金市場にストレスが生じていて，特にコアの構成員がストレス下にある場合，平時の資金仲介が機能しないリスクをあげている。周辺でスター化しているローカルなネットワークで内部に資金が再分配される可能性あるとき，構成員の一先がコアにつながる場合，中央銀行の流動性供給手段にアクセス可能となることが重要であるとしている。

次に，システミックリスクの基本モデルについて述べる。Namatame (2013) の”Simulation Models on Systemic Risks Fundamental model”¹⁾では，以下の4モデルをシステミックリスクの基本モデルとして定義した。

(1) [Eisenberg-Noe Model] Eisenberg, L, Noe, H., (2001). “Systemic risk in financial systems”³⁾

$N \times N$ マトリックスを使用し，システミックリスクのシミュレーション研究のベースとなった。

(2) [GK Model] Gai, P and Kapadia, S (2007). “Contagion in Financial Networks.”⁴⁾

バランスシートの資産側から伝播のショックを測定し，有向ネットワークとしてのワッツのカスケードモデルを拡張したものを採用した。

(3) [NYYA Model] Nier, E., Yang, J., Yorulmazer, T., and Alentorn, A (2008). “Network models and financial stability”⁵⁾

小規模の金融ネットワーク ($N=25$) を使用し，スケールフリーネットワークを含む大規模ネットワークに拡張可能なモデリングをした。

(4) [May Model] May, R., and Arinaminpathy, N (2010). “Systemic risk: the dynamics of model banking system”⁶⁾

Gai 他と Nier 他は，彼らのベンチマーク値の一つの値を変化させてモンテカルロシミュレーションを実施したが，彼らは分析結果を提示していない。May 他は分析結果を提示し，Nier 他の結果をシミュレーションなしに平均場近似で検証した。May Model では，それぞれの銀行は同一のバランスシートを持ち，それぞれの銀行は外向きと内向きのリンクの数が一致するモデルである。

3. May Model の検証

流動性ショックを考慮したMayモデルのバランスシートはFig.3のとおりである。

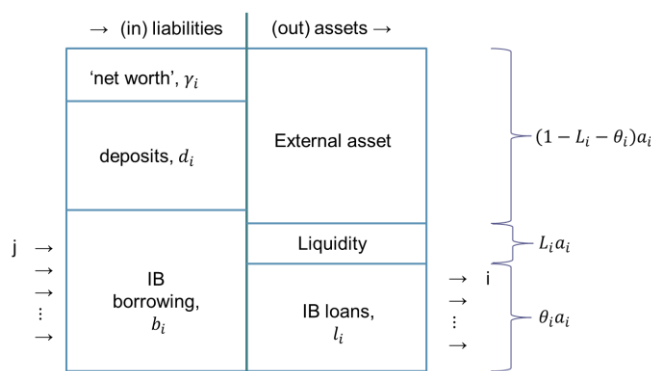


Fig.3: Balance Sheet of May Model

流動性による非流動性ショックの価値の毀損は，GK Model等で以下の式であらわされる。

$$q = \exp(-\alpha x)$$

x : 破綻銀行数

(銀行の総数 N の比率として算出)

α : マーケットの感度

GK modelやNYYA modelでは $\alpha \approx 1$

上式をMay modelへ適応すると，最初の銀行の破綻が他のすべての銀行の外部資産を(1)式の分だけ減らすとき，残りの $N-1$ の銀行はフェーズIIショックを(2)式であらわされる分だけ受ける

$$q = \exp(-\alpha x) \dots (1)$$

$$s^*(II) = \beta_1(1 - \theta) \dots (2)$$

(1- θ) : 銀行の外部資産の平均

$$\beta_1 = 1 - \exp(-\alpha x)$$

$$x = 1/N$$

これらから、流動性ショックと外部資産のショックが以下の式であらわされ、自己資本比率を上回るとき銀行が破綻する。

$$\beta_1(1 - \theta) + \frac{[\theta, f(1 - \theta) - \gamma]_{MIN}}{z} > \gamma$$

同様に、フェーズIIIショックは、以下のようにあらわされ、同様に自己資本比率と比較する。

$$s^*(III) = \frac{\beta_2 E}{N}$$

$$E = (1 - \theta),$$

$$\beta_2 = 1 - \exp(-\alpha x_2),$$

$$x_2 = (1 + z)/N$$

$$\frac{\beta_2 E}{N} + \frac{\{\theta, [\theta, f(1 - \theta) - \gamma]_{MIN}/z - \gamma\}_{MIN}}{z} > \gamma$$

4. エージェントベースモデリングへの展開

エージェントベースモデリングのアプローチは、まず、May ModelをベースにNetlogoによってエージェントベースモデリングの検証環境を作成した。次に、May Modelの平均場近似をエージェントベースモデリングの検証結果と比較し、モデルの妥当性を検証した。さらに、そのエージェントベースモデリングの環境で、本研究の目的とするシステムリスクを低減する特性を検証するというステップを踏んだ (Fig.4)。

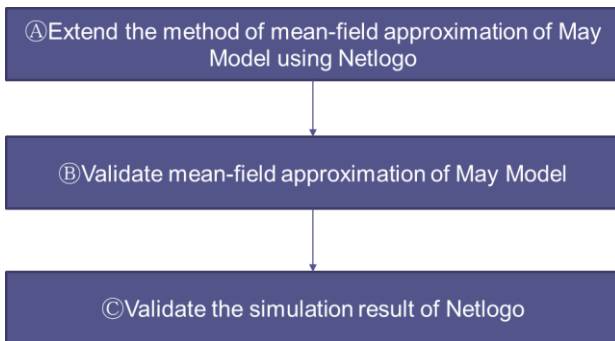


Fig.4 The step of modeling using Netlogo

①May Modelの平均場近似をNetlogoでモデリングした (Fig.5).

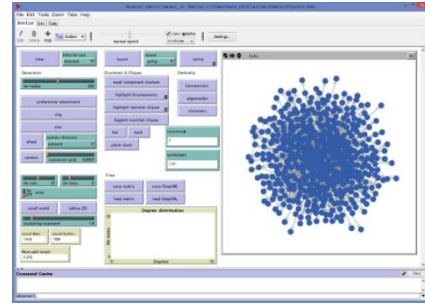


Fig.5 May Model on Netlogo

モデル化は、Fig.9のように行った。まず、(1) フェーズ1破綻が発生し、(2)のように伝播して、銀行間融資を行っている金融機関がフェーズ2ショックを受ける。(3)でショックを受けた金融機関がnet worth (自己資本)で吸収できるか判別し、吸収できなければ金融機関破綻の連鎖が発生する。(4)で、(2)同様銀行間融資を行っている金融機関がフェーズ3ショックを受け、(5)でnet worthで吸収できるか判別するが、そのショックはFig.6のように複数回受ける可能性がある。

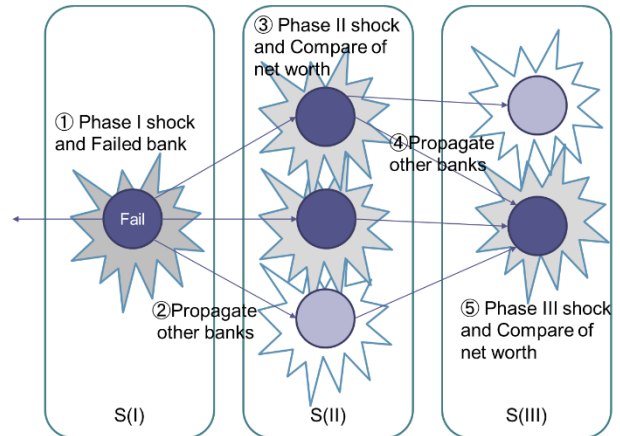


Fig.6 Agent Based Modeling of May Model

②May Modelでは、NYA Modelのシミュレーション結果を平均場近似で検証している。

フェーズ1ショックは自己完結なので、フェーズ2ショックから以下の式で、導出している。

$$\theta = 0.20, N = 25, p = 0.20, f = 1 \text{ としたとき,} \quad (11)$$

$$z = p(N - 1)$$

$$(11) \text{式より, } z = 4.8$$

$$(4) \text{式より,}$$

$$\theta < \theta_c \text{ のとき,}$$

$$\theta > z\gamma \quad \gamma < \frac{\theta}{z} \approx 0.0417$$

$$\theta > \theta_c \text{ のとき,}$$

$$\theta < 1 - \frac{\gamma(1+z)}{f} \quad \gamma < \frac{f(1-\theta)}{1+z} \approx 0.0417$$

同様に、フェーズ3ショックは以下のように導出される。

$$\theta < \theta_c \text{ のとき, } \theta > z\gamma(1+z^*) \quad \gamma < \frac{\theta}{z(1+z^*)} \quad z^* =$$

$$\frac{z}{k_c} \quad k_c = 1,2,3$$

$$k_c = 1 \text{ のとき, } \gamma = 0.20/4.8(1+4.8) \approx 0.00718$$

同様に2のとき0.0122, 3のとき0.016

$$\theta > \theta_c \text{ のとき, } \theta > 1 - \frac{\gamma(1+z+zz^*)}{f} \quad \gamma <$$

$$\frac{f(1-\theta)}{(1+z+zz^*)} \quad z^* = \frac{z}{k_c} \quad k_c = 1,2,3$$

net worth, γ に対する破綻金融機関数の結果を Fig.7 に示す。

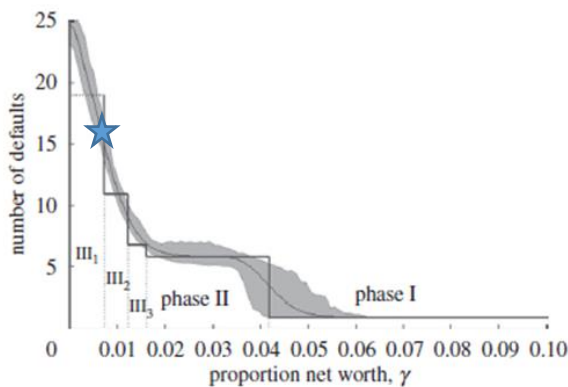


Fig.7 Number of banks failing as a function of percentage net worth.

③Netlogoのシミュレーション結果を検証した。次のパラメータを使用した。

Network, Erdos-Renyi network

capital buffer, $\gamma=0.7$ (フェーズ1), 0.42 (フェーズ2), 0.016 (フェーズ3)

wiping out a fraction, $f=1$

lending ratio, $\theta=0.20$

probability of bank A lending to bank B, $p=0.2$

$N=25$ でノード1からノード25まで、シーケンシャルに破綻させた時に発生した平均破綻銀行数は18.796であった。これは、(Fig.6)でフェーズ3破綻の平均場近似の結果とほぼ同等であり、妥当なモデリングができていると思われる。

5. May Model の拡張

May Modelを拡張するにあたり、媒介中心性の要素の採用を検討した。媒介中心性については、今久保, 副島 (2008) の「コール市場の資金取引ネット

ワーク」²⁾でも言及しており, Müller (2003) が, 銀行A・Bのdegreeが同一であっても, A銀行の媒介中心性が高いならば, A行はネットワーク上の重要な経路上に位置していることになり, 流動性ショックの伝播に巻き込まれやすい, もしくは自行が未払いを起こしたときB行以上にネットワーク上に大きな波及をもたらしやすいと考えられるとしている。Müller[2003]では, 債務者として重要な銀行ほど媒介中心性が高く, ネットワーク上の重要な位置を占める傾向があること, 逆に債権者として重要な銀行にはこうした傾向が窺われないとしている。

次に, 増田, 今野 (2010) の「複雑ネットワーク基礎から応用まで」⁷⁾では, カスケード故障についての言及の中で, 防衛策が調べられており, 媒介中心性が小さい点を除去すると, 最終状態において故障する頂点数が減るとしている。これは, 頂点は流れの通り道であると同時に, 自分を端点とする流れの出発点であるためと考え方による。自分から出発する流れの量は頂点によらず同じであるため, 媒介中心性の小さい点は, 流れを通すことにあまり寄与せず, かつ, 自分から出発する流れを一定量だけ発生するので, 除去してしまうほうが良いとしている。ただし, 逆に媒介中心性の大きいリンクを除去すると, 最終状態において故障する頂点数が減るとしている。そこで, 「媒介中心性の高い (=重要な) ノードをネットワークから外せば, 破綻の連鎖が減少するのではないか。」という仮説を立てて検証を行った。

Erdos-Renyiネットワーク上で, 以下のパラメータを用い各々のノードを1つずつ順番に破綻させ, ノード毎に連鎖して破綻した金融機関数の平均を計測した。その結果は, Fig.8, Fig.9の通りである。

wiping out a fraction, $f=1$
lending ratio, $\theta=0.20$
probability of bank A lending to bank B, $p=0.02$
number of banks, $N=500$
 $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0$

count links	mean path length	phaseII number of defaults	max betweenness	defaults ratio	min betweenness	defaults ratio	phaseII number of defaults			
1	4865	2.976	2.298	122/2470.474	2.318	100.78%	151/794.131	2.294	99.85%	1.420
2	4924	2.944	2.378	71/2852.774	2.428	101.77%	192/111.8547	2.378	100.00%	1.352
3	4958	2.952	2.182	284/302.4921	2.502	100.92%	269/99.2094	2.178	99.73%	1.290
4	4878	FALSE	2.518	240/2783.172	2.522	100.16%	471/0	2.522	100.08%	1.348
5	4989	2.943	2.268	93/2789.012	2.646	103.44%	440/149.289	2.262	99.65%	1.360
6	5207	2.927	2.348	213/2893.768	2.664	99.91%	68/107.9122	2.342	99.74%	1.320
7	5116	2.914	2.114	841/2628.152	2.142	101.32%	417/88.84954	2.134	100.95%	1.246
8	4919	2.953	2.396	278/2461.488	2.428	101.25%	478/95.67303	2.404	100.33%	1.288
9	4928	2.956	2.426	262/2784.46	2.448	100.74%	150/131.4719	2.404	99.69%	1.274
10	4928	2.956	2.278	177/2191.915	2.272	99.65%	320/119.2601	2.272	99.74%	1.322
AVE	4956.300	2.953	2.321		2.343	100.99%		2.318	99.91%	1.322

Fig.8 Detailed simulation results of extend May Model

count links	mean path length	① defaults	② defaults drop max betweenness centrality node	ratio	③ defaults drop min betweenness centrality node	ratio	
4956.300	2.953	2.321		2.343	100.99%	2.318	99.91%

Fig.9 Summarize simulation results of extend May Model

ここでは, 500ノードを順番に破綻させるパターン, 最も大きい媒介中心性のノードのリンクを切断して

破綻数を計測するパターン、最も小さい媒介中心性のノードのリンクを切断して破綻数を計測するパターンの計3パターンを、10回別のErdos-Renyi networkを作成して計測している。

結果として、最も大きい媒介中心性のノードのリンクを切断して計測したパターンでは、10回のうち8回で破綻の連鎖数が増加した。また、最も小さい媒介中心性のノードを切断して計測したパターンでは、10回のうち7回破綻の連鎖数が減少した。

ここで、ノードのリンクを切断することを考えてみると、このことは銀行間融資 (IB Loans) をやめることを意味する。つまり、リンクを切断したい金融機関に何らかの金銭的支援を行うことで、破綻のショックを軽減できることを示唆している。逆に、媒介中心性の高いノードの金融機関に金銭的支援を行った場合には、意図に反して破綻の連鎖を増加させてしまうことがありうることを示唆している。

Fig.8の結果の9番目のパターンについて、ノード毎の破綻数を比較したグラフ (Fig.10, Fig.11) を以下に示す。

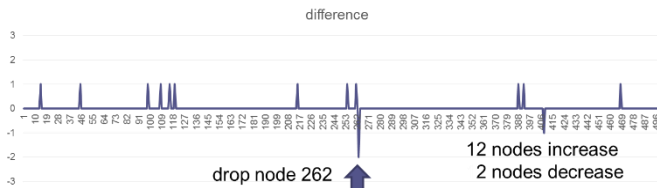


Fig.10 number of defaults drop max BC node

Fig.10では、12ノードで1金融機関の破綻の連鎖の増加が発生し、2ノードで減少が発生した。



Fig.11 number of defaults drop min BC node

Fig.11では、11ノードで1金融機関の破綻の連鎖の減少が発生した。

本結果より、媒介中心性の高いノードのリンクを切ると金融機関の破綻の連鎖が増加し、媒介中心性の低いノードのリンクを切ると金融機関の破綻の連鎖が減少する結果が得られた。

また、500ノードすべてのパターンについて、リンクを切った時の破綻連鎖数をFig.12に示す。

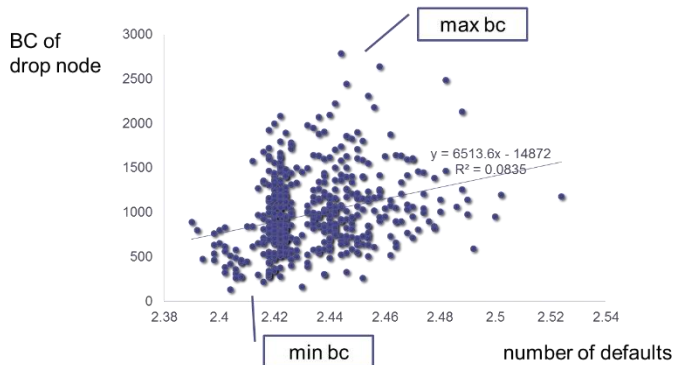


Fig.12 correlation between number of defaults and BC

回帰分析の結果では弱い相関がある程度であった。ここまでは、 $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0$ つまり、流動性ショックを考慮していなかったが、同じパターンについて、流動性ショックを考慮してシミュレーションを行った。

このときのパラメータは以下を用い、結果はFig.13の通りである。

-Erdos-Renyi network
 $-\gamma=0.02, f=1, \theta=0.20, p=0.2$

	count links	mean path length	defaults	defaults drop max betweenness centrality node	ratio	defaults drop min betweenness centrality node	ratio
no liquidity	4928	2.950	2.426	2.444	100.74%	2.404	99.09%
with liquidity			3.562	3.612	101.40%	3.53	99.10%

Fig.13 Simulation results considering liquidity of extended May Model

本結果より、媒介中心性の傾向は、流動性ショックを考慮しても同様の結果になることがわかった。

6. 結論

Erdos-Renyiネットワークで、破綻の連鎖をABMで検証し、stylized factとして、以下の結果を得た。

1. ノードの媒介中心性と平均破綻連鎖数には相関がある
2. 平均距離、ネットワーク次数の歪度のネットワーク特性は平均破綻連鎖数と相関がある
3. 流動性ショックの伝播を防ぐには、自己資本比率を上げることが効果的

媒介中心性によるノード特性では、仮説と逆の結

